

令和4年度 個別学力試験問題 数 学 (120分)

●総合選抜

文系, 理系Ⅰ, 理系Ⅱ, 理系Ⅲ

●学類・専門学群選抜

社会・国際学群 (社会学類, 国際総合学類)

人間学群 (教育学類, 心理学類, 障害科学類)

生命環境学群 (生物学類, 生物資源学類, 地球学類)

理工学群 (数学類, 物理学類, 化学類, 応用理工学類, 工学システム学類, 社会工学類)

情報学群 (情報科学類, 情報メディア創成学類)

医学群 (医学類, 医療科学類)

目 次

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B 1

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B 1

注 意

- 1 問題冊子は1ページから7ページまでである。
- 2 志望する選抜区分または学類の解答すべき科目を下表で確認のうえ解答すること。国際総合学類及び障害科学類は選択した科目を解答すること。
- 3 問題番号に対応した解答用紙を使用すること。

選 抜 区 分・学 類		出 題 科 目	
		数学Ⅰ・数学Ⅱ・ 数学A・数学B	数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・ 数学A・数学B
総合選抜	文系	〔1〕～〔3〕から2問	—
	理系Ⅰ, 理系Ⅱ, 理系Ⅲ	—	〔1〕～〔3〕から2問 〔4〕～〔6〕から2問 計4問
学類・専門 学群選抜	社会学類	〔1〕～〔3〕から2問	—
	国際総合学類, 障害科学類	〔〔1〕～〔3〕から2問〕または〔〔1〕～〔3〕から2問 〔4〕～〔6〕から2問 計4問〕	
	教育学類, 心理学類 生物学類 生物資源学類 地球学類, 数学類 物理学類, 化学類 応用理工学類 工学システム学類 社会工学類 情報科学類 情報メディア創成学類 医学類, 医療科学類	—	〔1〕～〔3〕から2問 〔4〕～〔6〕から2問 計4問

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B

次ページ以降の問題〔1〕～〔3〕について、以下の表のとおり問題を選択して解答すること。

問 題	選 択 方 法	備 考
〔1〕	} いずれか2問を選択し、 解答しなさい。	計2問に解答すること。
〔2〕		
〔3〕		

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

次ページ以降の問題〔1〕～〔6〕について、以下の表のとおり問題を選択して解答すること。

問 題	選 択 方 法	備 考
〔1〕	} いずれか2問を選択し、 解答しなさい。	計4問に解答すること。
〔2〕		
〔3〕		
〔4〕	} いずれか2問を選択し、 解答しなさい。	
〔5〕		
〔6〕		

[1] t, p を実数とし, $t > 0$ とする。 xy 平面において, 原点 O を中心とし点 $A(1, t)$ を通る円を C_1 とする。また, 点 A における C_1 の接線を ℓ とする。直線 $x = p$ を軸とする 2 次関数のグラフ C_2 は, x 軸と接し, 点 A において直線 ℓ とも接するとする。

(1) 直線 ℓ の方程式を t を用いて表せ。

(2) p を t を用いて表せ。

(3) C_2 と x 軸の接点を M とし, C_2 と y 軸の交点を N とする。 t が正の実数全体を動くとき, 三角形 OMN の面積の最小値を求めよ。

[2] 整数 a_1, a_2, a_3, \dots を、さいころをくり返し投げることにより、以下のように定めていく。まず、 $a_1 = 1$ とする。そして、正の整数 n に対し、 a_{n+1} の値を、 n 回目に出たさいころの目に応じて、次の規則で定める。

(規則) n 回目に出た目が 1, 2, 3, 4 なら $a_{n+1} = a_n$ とし、5, 6 なら $a_{n+1} = -a_n$ とする。

たとえば、さいころを 3 回投げ、その出た目が順に 5, 3, 6 であったとすると、 $a_1 = 1, a_2 = -1, a_3 = -1, a_4 = 1$ となる。

$a_n = 1$ となる確率を p_n とする。ただし、 $p_1 = 1$ とし、さいころのどの目も、出る確率は $\frac{1}{6}$ であるとする。

(1) p_2, p_3 を求めよ。

(2) p_{n+1} を p_n を用いて表せ。

(3) $p_n \leq 0.5000005$ を満たす最小の正の整数 n を求めよ。

ただし、 $0.47 < \log_{10} 3 < 0.48$ であることを用いてよい。

- [3] $0 < t < 1$ とする。平行四辺形 ABCD について、線分 AB, BC, CD, DA を $t : 1 - t$ に内分する点をそれぞれ A_1, B_1, C_1, D_1 とする。さらに、点 A_2, B_2, C_2, D_2 および A_3, B_3, C_3, D_3 を次の条件を満たすように定める。

(条件) $k = 1, 2$ について、点 $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ は、それぞれ線分 $A_k B_k, B_k C_k, C_k D_k, D_k A_k$ を $t : 1 - t$ に内分する。

$\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}$ とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{A_1 B_1} = p\vec{a} + q\vec{b}, \overrightarrow{A_1 D_1} = x\vec{a} + y\vec{b}$ を満たす実数 p, q, x, y を t を用いて表せ。
- (2) 四角形 $A_1 B_1 C_1 D_1$ は平行四辺形であることを示せ。
- (3) \overrightarrow{AD} と $\overrightarrow{A_3 B_3}$ が平行となるような t の値を求めよ。

[4] $0 < a < 4$ とする。曲線

$$C_1: y = 4 \cos^2 x \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right),$$

$$C_2: y = a - \tan^2 x \quad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

は、ちょうど2つの共有点をもつとする。

(1) a の値を求めよ。

(2) C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積を求めよ。

$$\begin{aligned} a - \frac{1}{\cos^2 x} + 1 &= 4 \cos^2 x \\ &= 4 \cos^4 x \end{aligned}$$

[5] 曲線 $C: y = (x+1)e^{-x}$ ($x > -1$) 上の点 P における法線と x 軸との交点を Q とする。点 P の x 座標を t とし、点 Q と点 $R(t, 0)$ との距離を $d(t)$ とする。

(1) $d(t)$ を t を用いて表せ。

(2) $x \geq 0$ のとき $e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2}$ であることを示せ。

(3) 点 P が曲線 C 上を動くとき、 $d(t)$ の最大値を求めよ。

[6] i は虚数単位とする。次の条件(I), (II)をどちらも満たす複素数 z 全体の集合を S とする。

(I) z の虚部は正である。

(II) 複素数平面上の点 $A(1)$, $B(1 - iz)$, $C(z^2)$ は一直線上にある。

このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 1でない複素数 a について、 a の虚部が正であることは、 $\frac{1}{a-1}$ の虚部が負であるための必要十分条件であることを示せ。

(2) 集合 S を複素数平面上に図示せよ。

(3) $w = \frac{1}{z-1}$ とする。 z が S を動くとき、 $\left|w + \frac{i}{\sqrt{2}}\right|$ の最小値を求めよ。